

# Визуализация трехмерного множества достижимости для машины Дубинса

П. А. Васёв, А. А. Федотов

Екатеринбург, Институт математики и механики  
им. Н. Н. Красовского УрО РАН

e-mail: pavel.vasev@gmail.com, andreyfedotov@mail.ru

Разработан графический инструмент для исследования множеств достижимости модели движения, известной как машина Дубинса.

Динамика машины Дубинса на плоскости  $x, y$  описывается системой дифференциальных уравнений третьего порядка

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \cos \varphi, \\ \dot{y} &= \sin \varphi, \\ \dot{\varphi} &= u, \quad u \in [u_1, u_2], \quad u_2 = 1, \quad u_1 \in [-1, 1).\end{aligned}\tag{1}$$

Здесь  $x, y$  – координаты геометрического положения объекта;  $\varphi$  – угол направления вектора скорости, отсчитываемый против часовой стрелки от оси  $x$ ;  $u$  – скалярное управление;  $u_1$  – параметр задачи. Величина линейной скорости равна единице. Предполагается, что  $\varphi \in (-\infty, \infty)$ .

Множеством достижимости  $G(t_f)$  в момент  $t_f$  называем совокупность всех точек трёхмерного фазового пространства, в каждую из которых можно попасть в силу системы (1) в момент  $t_f$  из заданного начального состояния при помощи некоторого допустимого управления. В качестве допустимых управлений принимаем кусочно-постоянные функции времени со значениями из отрезка  $[u_1, u_2]$ .

В зависимости от параметра  $u_1$  различают четыре случая [1–3]:  $u_1 = -1$  (симметричный случай);  $u_1 \in (-1, 0)$  (несимметричный случай);  $u_1 = 0$  (случай одностороннего поворота);  $u_1 \in (0, 1)$  (случай строго одностороннего поворота).

Получаемые для данных случаев трёхмерные множества достижимости имеют весьма нетривиальную структуру. Множество в целом не является выпуклым и может быть неодносвязным. Его граница составляется из кусков гладких поверхностей, не всегда гладко стыкуемых друг с другом. В работах [1–3] получено описание таких гладких кусков.

Для исследования множеств достижимости разработан специальный инструмент визуализации (рис. 1). Это программа для веб-браузера, отображающая трехмерную графику с помощью технологии WebGL. Входом для программы служит набор файлов заданного формата с предвари-

тельно рассчитанными координатами элементов множества достижимости. Файлы загружаются и обрабатываются в браузере. Пользователь задаёт интересующий его момент времени, программа выбирает подходящий файл множества достижимости и отображает его на экране.

Разработан и запрограммирован набор преобразований визуального представления для повышения качества восприятия: масштабирование по осям, отсечения, серия слоёв, подкраска сечений. Пользователь с помощью интерфейса программы может интерактивно добавлять и комбинировать эти преобразования, формируя таким образом итоговый алгоритм визуального представления.

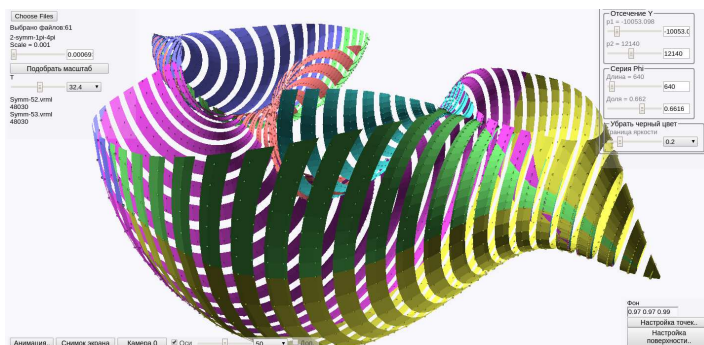


Рис. 1: Визуальный образ множества достижимости с добавленными преобразованиями – отсечение по оси  $y$  и серия слоёв по оси  $\varphi$

Реализована возможность сохранения анимации развития множества достижимости во времени, а также по другим параметрам его визуального представления. Программа визуализации множеств достижимости доступна в среде Интернет по адресу <http://viewlang.ru/dubins/>.

1. Пацко В.С., Пятко С.Г., Федотов А.А. Трехмерное множество достижимости нелинейной управляемой системы // Известия РАН. ТиСУ. 2003. № 3. С. 8–16.
2. Patsko V. S., Fedotov A. A. Investigation of reachable set at instant for the Dubins' car // Proceedings of the 58th Israel Annual Conference on Aerospace Sciences. Tel-Aviv & Haifa, 2018. Pp. 1655–1669.
3. Patsko V. S., Fedotov A. A. Reachable set for Dubins car and its application to observation problem with incomplete information // Proceedings of 27th Mediterranean Conference on Control and Automation. Akko, Israel, 2019. Pp. 483–488.